2025年4月1日 星期二

Lec 7-9

Production Differentiation 产品差异化

- 垄断竞争市场

  多个厂商

  差异化的产品

  每个厂商有一定的市场力量，都面临向下倾斜的需求曲线，因此会设定一个高于边际成本的价格，短期内取得正利润

  自由进入，这会让厂商长期内取得零利润

- 水平差异化：不同的消费者对产品有不同的排序，具有水平差异化的产品往往定价一致，不同的消费者会选择不同的品牌。例如甜口和咸口豆腐脑
- 垂直差异化：所有消费者对于产品有相同的排序，价格相同时，所有消费者都偏好特定商品。例如 iPhone 和诺基亚
- 水平差异化

  goods approach

  - 假定消费者对于商品本身（而不是其特征）有偏好并且在乎产品多样性
  - 考虑两个差异化产品的竞争，消费者购买两个商品的效用为 $U(q_1, q_2) = \alpha(q_1 + q_2) - \frac{1}{2}(\beta q_1^2 + \beta q_2^2 + 2\gamma q_1 q_2)$
  - 消费者面对预算约束M，价格$p_1, p_2 > 0$，消费者的最大化问题为 $\max_{q_1,q_2} U(q_1, q_2) + y \quad s.t. p_1 q_1 + p_2 q_2 + y \leq M$。由于效用关于$y$是线性的，消费者总会消费完他的收入，因此他们的问题是$\max_{q_1,q_2}\{U(q_1, q_2) - p_1 q_1 - p_2 q_2\}$
  - 解得一下逆需求函数$p_1 = \alpha - \beta q_1 - \gamma q_2$，$p_2 = \alpha - \beta q_2 - \gamma q_1$
  - 对应的需求函数为$q_1 = a - bp_1 + gp_2$，$q_2 = a - bp_2 + gp_1$，其中 $a = \frac{\alpha(\beta - \gamma)}{\beta^2 - \gamma^2}, \quad b = \frac{\beta}{\beta^2 - \gamma^2}, \quad g = \frac{\gamma}{\beta^2 - \gamma^2}$
  - 如果$\gamma = \beta > 0$，则效用函数为$U(q_1, q_2) = \alpha(q_1 + q_2) - \frac{1}{2}\beta(q_1 + q_2)^2$，只取决于总消费量$Q = q_1 + q_2$，这给出了总需求函数$p = \alpha - \gamma Q$

- 如果$\gamma = 0$，商品 i 的边际效用不取决于对商品 j 的消费，即$\frac{\partial^2 U}{\partial q_i \partial q_j} = 0$，商品是独立的，厂商面对的需求与其竞争对手无关
- 如果$\gamma < 0$，商品 i 的边际效用随着对商品 j 的消费递增，即$\frac{\partial^2 U}{\partial q_i \partial q_j} = -\gamma > 0$，商品是互补品，每个厂商都会在竞争对手降价时涨价
- 我们考虑$\beta > \gamma > 0$的情况，此时商品是替代品，参数$\frac{\gamma}{\beta}$是产品差异化的逆衡量，离 1 越近说明两个产品差异越小
- 产量竞争

  假定 2 个厂商，边际成本$c < \alpha$

  厂商利润为$\pi_1 = (\alpha - \beta q_1 - \gamma q_2 - c)q_1$，$\pi_2 = (\alpha - \beta q_2 - \gamma q_1 - c)q_2$

  最优响应函数为$q_1 = \frac{\alpha - c - \gamma q_2}{2\beta}$，$q_2 = \frac{\alpha - c - \gamma q_1}{2\beta}$，是向下倾斜的，说明厂商的竞争对手生产越多，厂商自身会越少生产

  差异化产品的 Cournot NE 为$q_1^c = q_2^c = \frac{\alpha - c}{2\beta + \gamma}$

  均衡价格和利润为$p_1^c = p_2^c = \frac{\alpha\beta + (\beta + \gamma)c}{2\beta + \gamma} > c$，$\pi_1^c = \pi_2^c = \beta \left(\frac{\alpha - c}{2\beta + \gamma} \right)^2$，当产品差异更大（$\gamma$更小）时均衡价格和利润都更高
- 价格竞争

  假定 2 个厂商，边际成本$c < \alpha$

  厂商利润为$\pi_1 = (p_1 - c)(a - bp_1 + gp_2)$，$\pi_2 = (p_2 - c)(a - bp_2 + gp_1)$

  最优响应函数为$p_1 = \frac{a + bc + gp_2}{2b}$，$p_2 = \frac{a + bc + gp_1}{2b}$，是向上倾斜的，说明厂商的竞争对手价格越高，厂商自身会定价更高

  差异化产品的 Bertrand NE 是$p_1^b = p_2^b = \frac{bc + a}{2b - g} = \frac{\alpha(\beta - \gamma) + \beta c}{2\beta - \gamma} > c$

  均衡产出和利润为$q_1^b = q_2^b = b\frac{a - (b - g)c}{2b - g} = \frac{(\alpha - c)\beta}{(2\beta - \gamma)(\gamma + \beta)}$，$\pi_1^b = \pi_2^b = b\left(\frac{a - (b - g)c}{2b - g} \right)^2 = \beta\frac{(\alpha - c)^2(\beta - \gamma)}{(2\beta - \gamma)^2(\beta + \gamma)}$，当产品差异更大（$\gamma$更小）时均衡价格和利润都更高
- 比较产量竞争和价格竞争

比较两个均衡的价格：$p_i^c - p_i^b = \frac{\alpha\beta+(\beta+\gamma)c}{2\beta+\gamma} - \frac{\alpha(\beta-\gamma)+\beta c}{2\beta-\gamma} = \frac{(\alpha-c)\gamma^2}{4\beta^2-\gamma^2} > 0$，因此两个厂商竞争产量时价格会更高，产量会更低

价格竞争中，一个厂商的价格下降会让竞争对手也想降价

产量竞争中，一个厂商的产量上升会让竞争对手降低产量

考虑厂商 i 和 j 的选择a_i和a_j

策略性替代品：$\frac{\partial^2\pi_i}{\partial a_i\partial a_j} < 0$，厂商的提高产量/价格举动让人们减弱对其的喜爱。替代品的产量策略是策略性替代品

策略性互补品：$\frac{\partial^2\pi_i}{\partial a_i\partial a_j} > 0$，厂商的提高产量/价格举动让人们增加对其的喜爱，替代品的价格策略是策略性互补品

- 多个产品的模型

n个商品时，效用函数为$U = \alpha\sum_{i=1}^{n} q_i - \frac{1}{2}\left(\beta\sum_{i=1}^{n} q_i^2 + 2\gamma\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n} q_iq_j\right)$，其中$\alpha > 0$，$\beta > \gamma > 0$，这给出了逆需求函数$p_i = \alpha - \beta q_i - \gamma\sum_{j\neq i} q_j$

address approach

- 假定消费者在乎产品的特征而非多样性，不同消费者对不同的特征有不同的偏好。大部分时候，我们只关注一个特征，通常称为消费者位置（consumer’s location）
- 产品以其在空间中的位置θ被划分特征，θ可能是颜色、口味、时间等等
- 位于$x*$的购买品牌i的消费者的效用为$u(x^*, x_i) = v - T(d) - p_i$，其中“运输成本”T 取决于“距离”$d = |x^* - x_i|$，通常取$T = td$或者$T = td^2$
- 假定消费者在（0,1）上均匀分布，厂商的收入是他们吸引的用户的数量（假定每个消费者最多购买 1 单位产品且价格高于边际成本）
- 在唯一的 NE 中，两个厂商都定位在[0,1]的中点
- 固定位置下的价格竞争

如果两个厂商不做差异化的产品，价格竞争会导致零利润；反之，如果他们选择做差异化的产品，可以产生一些正的利润

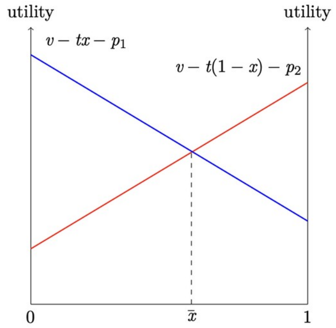
- 给定位置下的价格竞争（核心参数 t 衡量产品差异化程度）

假定价格不定且由厂商内生设定

假定消费者只会在两个厂商之中选择一个购买

如果两个厂商选择相同的位置，则为 Bertrand 结果。以下我们考虑两个厂商位置不同的情形，例如两个厂商选择在 0 和 1 的两个端点

假定运输成本是线性的，位于 x 的消费者支付$p_1 + tx$，获得效用$v - p_1 - tx$如



果他从厂商 1 处购买；支付$p_2 + t(1-x)$，获得效用$v - p_2 - t(1-x)$如果他从厂商 2 处购买。假定 v 足够大以使消费者一定会选择购买

所有在$\bar{x}$左侧的消费者会购买厂商 1 的产品，反之购买厂商 2 的产品，其中$\bar{x} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{p_2 - p_1}{2t}$，且$|p_2 - p_1| < t$，否则某个厂商会取得整个市场

由于消费者是在单位长度区间上均匀分布的，因此厂商 1 的市场份额为$s_1 = \bar{x}$，这也是厂商 1 的需求函数

厂商 1 的目标：$\max\limits_{p_1} \pi_1 = (p_1 - c)s_1$

厂商 2 的目标：$\max\limits_{p_2} \pi - 2 = (p_2 - c)(1 - s_1)$

最优响应函数为$p_i = \dfrac{p_j + c + t}{2}, \quad for \quad i, j = 1,2 \quad and \quad i \neq j$

NE 为$p_i^* = c + t$，均衡市场份额额利润为$s_1^* = \dfrac{1}{2}$，$\pi_i^* = \dfrac{t}{2}$

- 内生位置下的价格竞争

两阶段博弈：首先两个厂商同时选择位置，然后厂商再对价格进行竞争

假定运输成本是二次的（线性的情况下当两个厂商位置过近时不存在均衡）

假定厂商 1 定位在 a，厂商 2 定位在 1-b，其中$0 \leq a \leq 1 - b \leq 1$

从厂商 1 购买的成本为$p_1 + t(x - a)^2$，从厂商 2 购买的成本为$p_2 + t(1 - b - x)^2$

对厂商 1 和 2 无差异的消费者位置为
$$\bar{x} = \frac{p_2 - p_1}{2t(1-a-b)} + \frac{(1-b)^2 - a^2}{2(1-a-b)} = \frac{p_2 - p_1}{2t(1-a-b)} + a + \frac{1-a-b}{2}$$

给定消费者是均匀分布的，厂商 1 的市场份额为$s_1 = \bar{x}$，厂商 2 的市场份额为$s_2 = 1 - \bar{x}$

在第二阶段，厂商 1 的目标为$\max_{p_1} \pi_1(p_1, p_2, a, b) = (p_1 - c)s_1$，厂商 2 的目标为 $\max_{p_2} \pi_2(p_1, p_2, a, b) = (p_2 - c)(1 - s_1)$，本阶段的 NE 为

$$p_1^*(a,b) = c + t(1-a-b)\left(1 + \frac{a-b}{3}\right),$$

$$p_2^*(a,b) = c + t(1-a-b)\left(1 + \frac{b-a}{3}\right)$$

在第一阶段，考虑厂商 1 对于其位置 a 的选择

记厂商 1 的利润函数为$\Pi_1(a,b) \equiv \pi_1(p_1^*(a,b), p_2^*(a,b), a, b)$

厂商 1 的位置 a 对于利润的影响为

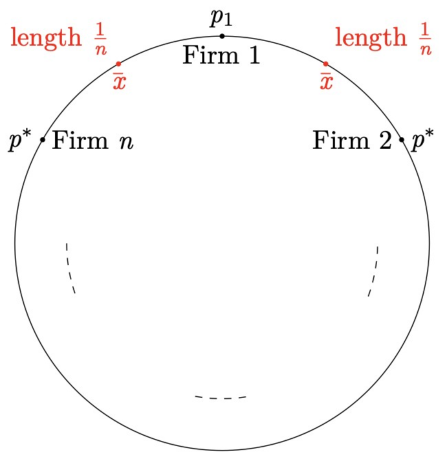
$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial a} = \underbrace{\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1}\frac{\partial p_1^*}{\partial a}}_{=0} + \underbrace{\frac{\partial \pi_1}{\partial a}}_{\text{demand effect}} + \underbrace{\frac{\partial \pi_1}{\partial p_2}\frac{\partial p_2^*}{\partial a}}_{\text{strategic effect}} = (p_1^*(a,b) - c)\left(\frac{\partial s_1}{\partial a} + \frac{\partial s_1}{\partial p_2}\frac{\partial p_2^*}{\partial a}\right)$$

其中第一项$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = 0$是由于包络定理

我们可以证明$\frac{\partial s_1}{\partial a} = \frac{1}{2} + \frac{p_2^*(a,b) - p_1^*(a,b)}{2t(1-a-b)^2} = \frac{3-5a-b}{6(1-a-b)}$，$\frac{\partial s_1}{\partial p_2} = \frac{1}{2t(1-a-b)} > 0$，$\frac{\partial p_2^*}{\partial a} = \frac{2t(a-2)}{3} < 0$

如果$a, b < \frac{1}{2}$，则$\frac{\partial s_1}{\partial a} > 0$，两个厂商都将向中心移动以增加市场份额

我们总有$\frac{\partial p_2}{\partial a} < 0$和$\frac{\partial s_1}{\partial p_2} > 0$，此时向中心移动会导致产品同质化并通过竞争降低价格。此时厂商都有动机向两端移动，产生产品最大化差异的结果，均



衡情况下厂商的位置为$a^* = 0$，$b^* = 0$，均衡价格和利润为$p_1^* = p_2^* = c + t$，$\pi_1^* = \pi_2^* = \frac{t}{2}$

- Salop 环形城市模型

厂商均匀分布在单位圆的圆周上，每个消费者有单位需求，运输成本为td，假定v足够大使消费者一定会选择购买

假定有 n 个厂商在圆周上均匀分布，边际成本为c，固定成本为f，厂商 i 的市场份额为s_i，厂商 i 的利润为$(p_i - c)s_i - f$

考虑对称的 NE：所有厂商选择$p*$

给定其他所有 n-1 个厂商的价格定为$p*$，考虑厂商 i 的选择

距离厂商 i 的距离为$x \in (0, \frac{1}{n})$的消费者对于从厂商 i 和他最近的邻居购买如果$p_i + tx = p* + t\left(\frac{1}{n} - x\right)$，无差异消费者为$\bar{x} = \frac{p* + \frac{t}{n} - p_i}{2t}$

厂商 i 的需求函数（市场份额）为$s_i(p_i, p*) = 2\bar{x} = \frac{p* + \frac{t}{n} - p_i}{t}$，

厂商 i 的利润为$\pi_i(p_i, p*) = (p_i - c)\frac{p* + \frac{t}{n} - p_i}{t} - f$

厂商 i 的最优响应函数为$p_i(p*) = \frac{t}{2n} + \frac{p* + c}{2}$

在对称的均衡中，$p_i(p*) = p*$，即$p* = c + \frac{t}{n}$；均衡利润为$\pi* = \frac{t}{n^2} - f$

$p*$和$\pi*$均是随 t（产品差异化程度）递增，随 n（竞争激烈程度）递减的

长期中如果允许自由进入，则

- 厂商数量 n 取决于 0 利润条件$\frac{t}{n^2} - f = 0$，解得$n* = \sqrt{\frac{t}{f}}$，$n*$随 t 递增，随 f 递减
- 此时是否存在过度进入？

  社会计划者会选择 n 来最小化总社会成本。总运输成本为$2nt\int_0^{\frac{1}{2n}} x\,dx = \frac{t}{4n}$，社会计划者解决问题$\min_n \left\{ nf + \frac{t}{4n} \right\}$

  社会最优厂商数量为$n^e = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{t}{f}} < n*$，存在过度进入问题

  这是由于“business-stealing”效应

Discrete choice approach

- 假定消费者对于产品的偏好具有一定随机性，只购买对他们带来最大效用的产品

- 核心假设

  消费者只在一个区位特征中有差异

  厂商之和他们最近的邻居竞争

- N（很大）个消费者，n 个厂商，边际成本 c，固定成本 f
- 消费者从厂商 i 购买的效用为：$u_i = v_i + \mu \epsilon_i$，其中$v_i$为商品 i 的间接效用，通常设为$v - p_i$，$\epsilon_i$为反应厂商 i 的商品特性差异的随机变量，可以解释为由于信息不完全带来的不确定性
- 消费者也会选择一个外部替代，例如完全不买，带给其效用$u_0 = v_0 + \mu \epsilon_0$
- 消费者选择给他带来最高效用的选项
- 厂商 i 的市场份额为$s_i = \text{Prob}\left(u_i = \max_{j=0,1,\ldots,n} u_j\right)$
- 参数μ反应消费者对于差异化的偏好，$\to 0$时替代品变得同质化，消费者购买最低价的产品，这是 Bertrand 情形；$\to \infty$时差异化变得很大，消费者完全随机选择，完全不考虑价格差异
- Logit model

  厂商的市场份额取决于ϵ_i的分布

  假定ϵ_i是 i.i.d.的服从双指数分布的 rv，有 CDF：$F(x) = \text{Prob}(\epsilon_i \le x) = e^{-e^{-\frac{x}{\rho}-\gamma}}$，其中$\gamma \approx 0.5772$为欧拉常数，$\rho$为正常数

  厂商 i 的预期市场份额为$s_i = \dfrac{e^{v_i/\mu}}{e^{v_0/\mu} + e^{v_1/\mu} + \cdots + e^{v_n/\mu}}$

  - 所有人都选择购买（即$v_0 \to -\infty$）给出$s_i = \dfrac{e^{v_i/\mu}}{e^{v_1/\mu} + e^{v_2/\mu} + \cdots + e^{v_n/\mu}}$

  厂商 i 的利润为$\pi_i = (p_i - c)s_i N - f$

  自价格效应和交叉价格效应为$\dfrac{ds_i}{dp_i} = \dfrac{-s_i(1-s_i)}{\mu}$和$\dfrac{ds_i}{dp_j} = \dfrac{s_i s_j}{\mu}$（注意$v_i = v - p_i$）

  对称的 NE 为$p^* = c + \dfrac{\mu}{1 - s^*}$，其中$s^* = \dfrac{1}{n + e^{\frac{v_0 - v + p^*}{\mu}}}$

  如果每个人都购买一单位商品（即$v_0 \to -\infty$），则$s^* = \dfrac{1}{n}$，均衡价格为$p^* = c + \dfrac{n\mu}{n-1}$，当$\mu \to 0$时，均衡价格=边际成本，均衡利润为$\pi^* = \dfrac{\mu N}{n-1} - f$

  - 当μ为正的时候，厂商取得正边际利润，即使 n 很大

- 只有两个厂商竞争的情况下，均衡价格为$c+2\mu$，随着 n 增大，均衡价格趋于$c+\mu$

- 自由进入的情况下，从 0 利润条件我们可以解出$\frac{\mu N}{n-1}=f$，均衡厂商数量为$n^*=1+\frac{\mu N}{f}$。与 Salop 模型不同，此时可能有过度进入，也可能有进入不足

  这是由于一方面“business-stealing”效应（厂商进入带来的外部性损害其他厂商）仍然存在；另一方面，还存在很强的品种效应（variety effect）（厂商进入为消费者带来更多的选择，从而带来更多福利）。决定进入的厂商没有内生化这两个外部性，因此可能过度进入也可能进入不足

- 垂直差异化

  不同产品价格一样时，所有消费者对于产品有相同的排序（e.g. 产品质量）

  但不同消费者对于质量的支付意愿不同

  令消费者偏好为$U=\theta s-p$，θ度量了消费者对于产品质量的偏好，假定θ在$[\underline{\theta},\bar{\theta}]$上均匀分布，其中$\underline{\theta}\geq 0$，$\bar{\theta}=\underline{\theta}+1$

  考虑两个厂商$i=1,2$，每个厂商 i 生产质量为s_i的商品，其中$s_2>s_1>0$

  定义质量差异为$\Delta s=s_2-s_1>0$

  假定两个厂商的边际成本均为c

  两个技术性的假设

  - $\bar{\theta}\geq 2\underline{\theta}$（确保均衡时对于两个厂商的需求为正，来自于较低的均衡价格p_1^*（表达式见下）应大于边际成本c）
  - $c+\frac{\bar{\theta}-2\underline{\theta}}{3}\Delta s\leq \underline{\theta}s_1$（确保均衡时市场出清，每个消费者都选择购买，来自于$\underline{\theta}s_1\geq p_1^*$，$\tilde{\theta}s_2\geq p_2^*$）

  价格竞争

  - 在两个品牌间无差异的消费者满足$\theta s_1-p_1=\theta s_2-p_2$，解得$\tilde{\theta}=\frac{p_2-p_1}{\Delta s}$
  - 厂商需求函数为$D_1(p_1,p_2)=\frac{p_2-p_1}{\Delta s}-\underline{\theta}$，$D_2(p_1,p_2)=\bar{\theta}-\frac{p_2-p_1}{\Delta s}$
  - 厂商利润为$\pi_i=(p_i-c)D_i(p_i,p_j)$
  - 最优响应函数为$p_2^*(p_1)=\frac{p_1+c+\bar{\theta}\Delta s}{2}$，$p_1^*(p_2)=\frac{p_2+c-\underline{\theta}\Delta s}{2}$

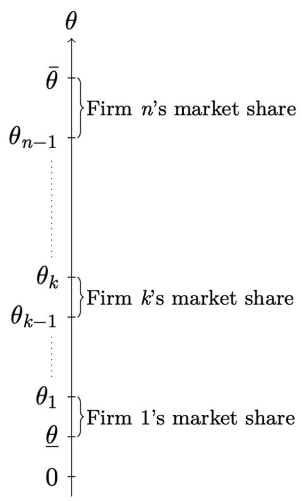
- 均衡价格为$p_1^* = c + \dfrac{\bar{\theta} - 2\underline{\theta}}{3}\Delta s$，$p_2^* = c + \dfrac{2\bar{\theta} - \underline{\theta}}{3}\Delta s$
- 均衡利润为$\pi_1^* = \dfrac{(\bar{\theta} - 2\underline{\theta})^2}{9}\Delta s$，$\pi_2^* = \dfrac{(2\bar{\theta} - \underline{\theta})^2}{9}\Delta s$
- 厂商利润与产品质量差异Δs成正比，说明当产品无差异时，两个厂商都会将价格设定为边际成本，即 Bertrand 均衡

质量竞争

- 两阶段博弈：首先两个厂商同时确定质量，其次两个厂商竞争价格
- 假定厂商可以在$[s_L, s_H]$中选择质量，并且质量是无生产成本的
- 显然两个厂商不会选择相同的产品质量，否则只能获得 0 利润
- 假定厂商 1 出于某些原因选择了更低的质量，因为厂商 1 的利润随着质量差异增加，所以厂商 1 会选择最低的质量水平，即$s_1 = s_L$
- 对于厂商 2 有类似的分析，得$s_2 = s_H$
- 均衡结果为最大化垂直差异化

自然寡头垄断

- 在自由进入下，没有新厂商进入的激励，即使进入几乎没有成本并且在市场中可以得到正的利润
- 假定 n 个产商提供不同质量的替代品，每个厂商 k 以价格p_k销售商品 k，并且生产成本为 0，产品 k 的质量是s_k
- 假定θ在$[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$上均匀分布，其中$\underline{\theta} \geq 0$，$\bar{\theta} = \underline{\theta} + 1$，$\bar{\theta} > 2\underline{\theta}$
- 每个消费者至多购买一单位商品
- 消费者效用为$\begin{cases} \theta s_k - p_k, & \text{if purchasing good } k \\ 0, & \text{if not purchasing} \end{cases}$，where$0 < s_1 < s_2 < \cdots < s_n$



- 在商品 k 和 k+1 直接无差异的消费者为$\theta_k s_{k+1} - p_{k+1} = \theta_k s_k - p_k$，解得 $\theta_k = \dfrac{p_{k+1} - p_k}{s_{k+1} - s_k}$
- 厂商 k 的市场份额为 $$s_k = \begin{cases} \theta_1 - \underline{\theta}, & k = 1 \\ \theta_k - \theta_{k-1}, & k = 2, \cdots, n-1 \\ \overline{\theta} - \theta_{n-1}, & k = n \end{cases}$$
- 为了确保所有厂商在均衡时都有正的市场份额，我们要求$0 < p_1^* < p_2^* < \cdots < p_n^*$
- 厂商 n 最大化利润$\pi_n = p_n(\overline{\theta} - \theta_{n-1})$

  FOC：$\overline{\theta} - \theta_{n-1} = \dfrac{p_n^*}{s_n - s_{n-1}}$

  因此有$\overline{\theta} - \theta_{n-1} = \dfrac{p_{n-1}^*}{s_n - s_{n-1}} + \dfrac{p_n^* - p_{n-1}^*}{s_n - s_{n-1}} > \dfrac{p_n^* - p_{n-1}^*}{s_n - s_{n-1}} = \theta_{n-1}$，这意味着$\overline{\theta} > 2\theta_{n-1}$
- 类似的，厂商$k = 2, \cdots, n-1$最大化其利润$\pi_k = p_k(\theta_k - \theta_{k-1})$

  FOC：$\theta_k - \theta_{k-1} = \dfrac{p_k^*}{s_{k+1} - s_k} + \dfrac{p_{k-1}^*}{s_k - s_{k-1}}$

  因此有$\theta_k - \theta_{k-1} = \dfrac{p_k^*}{s_{k+1} - s_k} + \dfrac{p_{k-1}^*}{s_k - s_{k-1}} + \dfrac{p_k^* - [_{k-1}^*}{s_k - s_{k-1}} > \dfrac{p_k^* - p_{k-1}^*}{s_k - s_{k-1}} = \theta_{k-1}$，这意味着 $\theta_k > 2\theta_{k-1}$
- 最后，为了保证厂商 1 在市场中可以获得正的市场份额，我们要求$\theta_1 > \underline{\theta}$
- 综上，有 $$\begin{cases} \overline{\theta} > 2\theta_{n-1} \\ \theta_{n-1} > 2\theta_{n-2} \\ \vdots \\ \theta_2 > 2\theta_1 \\ \theta_1 > \underline{\theta} \end{cases}$$ ，即$\overline{\theta} > 2^{n-1}\underline{\theta}$
- 因此市场只能容纳有限数量的厂商，构成了自然寡头垄断

- 水平和垂直差异化

  考虑标准 Hotelling 模型（两个厂商在定位在两端，线性运输成本，均匀分布的消费者）

  假定消费者对于厂商 1 的产品效用为$v + \beta$，对厂商 2 的产品效用为v

  参数β表示消费者对于厂商 1 的产品的额外偏好（厂商 1 的产品事实上比 2 好，但是有人不这么觉得，因为运输成本过高），假定β不是太大，即$0 < \beta < 3t$，因此两个厂商都可以有正的市场份额

定位在 x 的消费者购买厂商 1 商品的效用为$v+\beta-p_1-tx$，购买厂商 2 商品的效用为$v-p_2-t(1-x)$，无差异消费者是$\bar{x}=\frac{1}{2}+\frac{\beta+p_2-p_1}{2t}$，厂商 1 的市场份额为$s_1=\bar{x}$，厂商 2 的市场份额为$s_2=1-\bar{x}$

当$\beta\to t$时，厂商 2 必须以低于厂商 1 的价格来获得需求

厂商 i 设定价格p_i来最大化利润$\pi_i=(p_i-c)s_i$

NE 为$p_1^*=c+t+\frac{\beta}{3}$，$p_2^*=c+t-\frac{\beta}{3}>c$

均衡利润为$\pi_1^*=\frac{t}{2}\left(1+\frac{\beta}{3t}\right)^2$，$\pi_2^*=\frac{t}{2}\left(1-\frac{\beta}{3t}\right)^2$

均衡市场份额为$s_1^*=\frac{1}{2}+\frac{\beta}{6t}$，$s_2^*=\frac{1}{2}-\frac{\beta}{6t}$，厂商 1 享受品牌忠诚，吸引更多的消费者

- 总结

即使存在价格竞争，一些外部性也会导致厂商们选择靠近彼此

成本端：渔民愿意在港口卖鱼而不是去超市卖，即使这意味着更加激烈的竞争，因为这个港口可以提供更便宜和便利的运输、加工等服务

需求端：义乌商品城，厂商的集聚可以降低搜索成本、提高总需求